



CUADERNO DE LABORATORIO **FISICA I**



Universidad
Central

Facultad de Ingeniería
y Arquitectura

Autores

Nelson Sepúlveda N.
Jaime Carrasco M.

Autores

Nelson Sepúlveda Navarro Doctor en Ciencias c/m en Física, profesor de Física y Matemáticas, académico del departamento de Ciencias Básicas, coordinador del área de física de la Escuela de Ingeniería de la Universidad Central de Chile. Ha generado una línea de trabajo con el uso de metodologías activas de aprendizaje, desarrollo de actividades STEM y de Vinculación con el Medio con Arduinos.

Jaime Carrasco Maturana Magister en Docencia Universitaria, licenciado en Física Aplicada, es académico del departamento de Ciencias Básicas de la Escuela de Ingeniería y de la Escuela de Salud de la Universidad Central de Chile. Participe activo de proyectos de Innovación educativa y de Vinculación con el Medio, en el área STEM.

INDICE

PRESENTACIÓN	1
REGLAMENTO PARA ALUMNOS DEL LABORATORIO DE FÍSICA	2
TIEMPOS DEL LABORATORIO	3
SISTEMAS DE UNIDADES	4
INTRODUCCION A LA FISICA	10
GUÍA N° 1: MEDICIÓN Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS.....	11
GUÍA N° 2: MEDICIÓN INDIRECTA Y PROPAGACIÓN DE ERROR	17
GUÍA N° 3: GRÁFICOS – RELACIÓN DIRECTA.....	23
GUÍA N° 4: GRÁFICOS – RELACIÓN INDIRECTA.....	27
GUÍA N° 5: FUERZAS DE ROCE	33
MECÁNICA	38
GUÍA N° 1: LANZAMIENTO DE PROYECTILES	39
GUÍA N° 2: MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL.....	44
GUÍA N° 3: LEY DE HOOKE Y ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA.....	48
GUÍA N° 4: CANTIDAD DE MOVIMIENTO	55
GUÍA N° 5: TORQUE Y MOMENTO DE INERCIA	59
ANEXO	63

Presentación

El texto que tiene en sus manos, corresponde al libro de trabajo para la cátedra experimental de sus cursos de física; Introducción a la Física y Mecánica de la Universidad Central de Chile. En las primeras páginas dedicamos una presentación de los aspectos formales de sistemas de unidades, temas relacionados con la toma de muestras, y un tópico tan relevante como es teoría de error, y dedicamos algunas páginas a los conceptos de propagación de errores. Este cuaderno se basa en el Libro de “Física Experimental con Enfoque Libre STEM” de los autores.

El objetivo de este cuaderno, se orienta principalmente al desarrollo de competencias básicas de trabajo en laboratorio, dividiéndose las primeras 5 guías de trabajo en aspectos de sistemas de unidades y mediciones, gráficos y rectificaciones. La segunda parte de este texto, está orientada a problemas relacionados con la Mecánica, se trabajan experimentalmente conceptos de Cinemática y Dinámica. Las actividades se han diseñado de tal manera, que resulte de acceso fácil a los materiales o al desarrollo de la experiencia desde computadoras, tabletas o celular. Se ha optado cuando ha sido necesario por softwares libres de código abierto.

Un sello distintivo de las guías de trabajo, son las actividades Ingeniare, actividades basadas en metodologías activas de aprendizaje, como son los problemas ricos en contenidos, invitando a las y los estudiantes; a investigar, a someter a juicio sus preconcepciones, y particularmente profundizar y contextualizar los objetivos de cada guía de trabajo, con su eje temático.

Finalmente queremos agradecer por hacer posible este texto a Luciano Rocco en su estadía como practicante, a Enrique Kritzner pañolero de los laboratorios de Física, y a las y los profesores que aportaron con discusiones y conversaciones en el desarrollo de estas actividades, Verónica Ramírez, Ricardo Pintanel y Luis Oliveros.

Reglamento para alumnos del Laboratorio de Física

1.- Ética Estudiantil

Comportarse con dignidad y cultura de acuerdo con el nivel académico en el cual se está formando, mantener un trato leal y respetuoso en sus relaciones con todos los integrantes del Laboratorio de Física, esto comprende grupo curso, equipo de trabajo, funcionarios, profesoras y profesores.

2.- Asistencia

Se exige 100% asistencia al laboratorio, la inasistencia es causal de reprobación del ramo. Junto a esto y de manera implícita, debe cumplir con la puntualidad en la hora de entrada y salida, no se permitirá la entrada al Laboratorio una vez iniciada la sesión.

3.- Responsabilidad

Cada equipo integrado por alumnas y alumnos se hará responsable del equipamiento que utilice en cada sesión experimental, deberá solicitar al profesor las instrucciones necesarias para la correcta utilización de los equipos.

Los computadores son de uso exclusivo para la docencia.

El encendido y uso de los computadores será cuando el profesor lo autorice.

Las y los alumnos están obligados a informar ante cualquier desperfecto que presente algún computador o equipamiento del laboratorio, en el momento de ocurrido este hecho.

Queda prohibido la ingesta de alimentos al interior de los Laboratorios.

4.- Sistema de trabajo y evaluación

Por cada sesión de laboratorio debe realizar un informe en grupo, el cual será evaluado según rubrica adjunta al final de este libro. La evaluación de laboratorio equivale al 30% de la nota final del ramo, para aprobar el laboratorio debe obtener mayor o igual a 4.0, y para aprobar el curso de física nota ponderada $30\%LAB + 70\%TEO$ mayor o igual a 4.5.

Tiempos del Laboratorio

- 1.- La primera semana (día 0) corresponde al trabajo guiado, el profesor presenta la guía, y la leen en conjunto con las y los estudiantes, en este proceso se puede y deben hacer consultas, conformación de los equipos de trabajo, y la toma de muestras experimentales. Para una adecuada optimización del tiempo, deben leer la guía previamente de esa manera llegarán con dudas que puede resolver directamente con él o la profesora.
- 2.- La segunda semana (7 días después) corresponde al trabajo autónomo y retroalimentación, usted debe confeccionar el informe con sus compañeras y compañeros, comparar resultados, analizar los datos y obtener una conclusión común.
- 3.- La tercera semana (14 días) corresponde al trabajo autónomo, cada equipo al inicio de la clase debe entregar el informe vía digital o impreso, según informe su profesor o profesora, esto debe ser antes o al inicio, ya que esta clase se inicia la actividad siguiente.



Sistemas de Unidades

(Tomado de: Laboratorio de Física con Enfoque Libre STEM. Sepulveda N. y Carrasco J., Universidad Central de Chile, 2023)

Medir es comparar, y la comparación requiere de patrones lo más robustos posibles, es decir, que al cambiar una serie de elementos del entorno los patrones sigan siendo los mismos. Por ejemplo, para medir una longitud pequeña podemos usar un patrón propio como el dedo pulgar, ¿sirve para medir nuestro pulgar? Claro que sirve, pero esa medida es muy difícil que podamos compartirla con otra persona, y que una medida de 10 pulgares sea igual para ambos, es innegable que serán parecidas, pero no necesariamente idénticas. Un aspecto metodológico diferente es definir un patrón y que no pueda ser alterado, por ejemplo, la pulgada fijada en nuestro sistema de unidades con una equivalencia de 25.4mm.

En las ciencias en general y particularmente en física, las mediciones son trascendentes para nuestros cometidos, y por ello también nos basamos en sistemas internacionales de pesos, patrones y medidas.

El sistema internacional de unidades (SI) se crean en 1960, en la 11ª conferencia general de pesos y medidas, y reconoce las seis unidades fundamentales de medida, en 1971 se reconoce una séptima sobre cantidad de sustancia [1]:

Magnitud	Nombre	Símbolo
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Temperatura Termodinámica	Kelvin	K
Intensidad de corriente eléctrica	Ampere	A
Intensidad luminosa	Candela	cd
Cantidad de sustancia	Mol	mol



Tabla 1. Magnitudes fundamentales del Sistema Internacional de Unidades (SI) [1].

Como se ha mencionado, medir es comparar, y se puede medir una magnitud física directamente o de manera indirectas, eso ya depende de las características técnicas de la medición y de la magnitud a considerar.

Las magnitudes derivadas, son aquellas que se componen de una o más magnitudes fundamentales, como por ejemplo la rapidez, que requiere de longitud y tiempo, o la fuerza que requiere de algunos parámetros como podría ser masa, velocidad y tiempo, o también se podría medir directamente por un sistema ya calibrado por ejemplo medir fuerzas con una pesa, o medir fuerzas con un sistema que mida tensiones. El problema es que, con cada instrumento de medición, cada investigador que realice una medida como un error.

Entonces, como aspectos claves tenemos que una **medición directa** es aquella en la cual la magnitud a medir se compara directamente con la unidad patrón en un instrumento, y la **medición indirecta** es aquella en la cual su valor se calcula o determina como función de una o más magnitudes físicas medidas directa o indirectamente. Como resultado de una medición se obtiene una cantidad física, es decir, un número con su respectiva unidad de medida.

Cualquiera sea el método empleado en una medición, siempre estará presente el error, por causas que producen imprecisión en la medida. El problema de la determinación del valor de una magnitud ha sido estudiado con el nombre de *Teoría de Error*. La importancia de determinar estimar y cuantificar los errores, está en la entrega de una indicación de cuán cerca se encuentra un resultado experimental de su verdadero valor.

Entonces, el error o incerteza se define como; la diferencia entre la medida realizada y su valor verdadero.

Medidas y Mediciones

El resultado de cualquier medición de una magnitud física, se debe expresar como [2]:

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x,$$

donde $\langle x \rangle$ corresponde al valor principal, el cual puede ser un promedio de datos medidos, y Δx corresponde al error absoluto de la medición.

Al expresar una medida, la cantidad de *cifras significativas* son las que permiten hacer la diferencia entre una medida y otra. Por ejemplo, al medir la longitud de un perno se han utilizado dos instrumentos, dando como resultado $L = 3.00\text{cm}$ y $L = 3\text{cm}$, pero se debe advertir que como cantidades físicas **no son iguales**, pues la cantidad de cifras significativas no es la misma. En el primer caso, se tiene una medición que fue realizados con un instrumento que discriminaba hasta la centésima de centímetro. En cambio, en la segunda se utilizó un aparato que discriminaba sólo hasta la unidad de centímetro. De lo anterior se deduce que la cantidad de cifras significativas está íntimamente relacionada con el

instrumento de medición. No se debe expresar una cantidad física con más cifras significativas que las que el instrumento utilizado puede discriminar.

Al acortar la cantidad de cifras significativas, se utiliza la “regla de redondeo”, si la última cifra es mayor o igual a cinco, se suma uno, si es menor a cinco, queda igual.

Reglas para expresar una medida (con su error)

Hay algunos elementos fundamentales para escribir las medidas de un instrumento, lo primero es que cada medida debe ir acompañada de su unidad física, respetando el sistema de unidades utilizado, según la normativa chilena acuñamos el Sistema Internacional de Unidades.

Las reglas más importantes para expresar una medida se pueden resumir en: [3]

1. Todo resultado experimental o medida hecha en el laboratorio debe de ir acompañada del valor estimado del error de la medida y a continuación, las unidades empleadas.
2. Los errores se deben dar solamente con una única cifra significativa.
3. La última cifra significativa en el valor de una magnitud física y en su error, expresados en las mismas unidades, deben de corresponder al mismo orden de magnitud (centenas, decenas, unidades, décimas, centésimas).

Teoría de Error

Si bien puede haber una discusión al respecto a la identificación de los tipos de errores, según su origen y posterior clasificación, los englobaremos en dos grupos, siendo estos: errores sistemáticos y errores aleatorios.

i. Errores Sistemáticos

El *Error Sistemático* o también se podría hacer mención como error de protocolo, se deben a causas posibles de identificar y, en principio, se pueden corregir. Siempre afectan el resultado de una medición del mismo modo, de decir, desplazan y/o afectan a todas las medidas en la misma dirección.

Ejemplos:

- a) Calibración deficiente de un instrumento.
- b) Aplicación de fórmulas incorrectas.
- c) Al medir una magnitud, no se registró la unidad.

ii. Errores Aleatorios

El *Error Aleatorio* proviene de variaciones incontrolables de un gran número de factores experimentales, es un error accidental que no pueden ser eliminado. Si es posible minimizarlos, mientras mayor sea el número de datos, menor será el efecto del error aleatorio en al experimento.

Ejemplos:

- Mientras se mide temperatura, ingresa una ráfaga de viento por una ventana.
- Al medir el tiempo de recorrido de un carro, el carro pasa por una piedrecilla.
- Quien registraba los datos, ingresó o anoto un valor errado.

Todas las mediciones tienen asociado un error por el solo hecho de compararlas con un patrón, las fuentes pueden provenir de los instrumentos mismos, del protocolo, del medio o del mismo investigador. En el caso de los **errores sistemáticas**, si se logra identificar la fuente de error podría ser posible corregir las mediciones realizadas. En el caso de los **errores aleatorios**, no se pueden eliminar, pero el error total se puede minimizar con un numero grande de muestras.

Propagación de errores

Consideremos las magnitudes físicas a, b y c , con sus errores, y las formulas para las operaciones algebraicas básicas para la propagación con errores. Sean:

$$a = \langle a \rangle \pm \Delta a$$

$$b = \langle b \rangle \pm \Delta b$$

$$c = \langle c \rangle \pm \Delta c$$

OPERACION	EXPRESION ALGEBRAICA	EXPRESION ALGEBRAICA DE LA MEDIDA INDIRECTA
SUMA	$x = a + b + c$	$x = (\langle a \rangle + \langle b \rangle + \langle c \rangle) \pm (\Delta a + \Delta b + \Delta c)$
RESTA	$x = a - b$	$x = (\langle a \rangle - \langle b \rangle) \pm (\Delta a + \Delta b)$
PRODUCTO	$x = a \cdot b \cdot c$	$x = (\langle a \rangle \cdot \langle b \rangle \cdot \langle c \rangle) \left[1 \pm \left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle} + \frac{\Delta b}{\langle b \rangle} + \frac{\Delta c}{\langle c \rangle} \right) \right]$
DIVISION	$x = \frac{a}{b}$	$x = \left(\frac{\langle a \rangle}{\langle b \rangle} \right) \left[1 \pm \left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle} + \frac{\Delta b}{\langle b \rangle} \right) \right]$

POTENCIA ($n \in R$)	$x = a^n$	$x = \langle a \rangle^n \left[1 \pm n \frac{\Delta a}{\langle a \rangle} \right]$
PRODUCTO ($k \text{ cte.} \in R$)	$x = k \cdot a$	$x = k \cdot \langle a \rangle \pm k \cdot \Delta a$

Ejemplos [3]:

1. La medida de los lados de un rectángulo son $1.53 \pm 0.06 \text{ cm}$, y $10.2 \pm 0.1 \text{ cm}$, respectivamente. Hallar el área del rectángulo y el error de la medida indirecta.

La medida del área se obtiene aplicando la fórmula del producto de dos magnitudes.

$$x = (\langle a \rangle \cdot \langle b \rangle) \left[1 \pm \left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle} + \frac{\Delta b}{\langle b \rangle} \right) \right]$$

$$x = (1.53 \cdot 10.2) \left[1 \pm \left(\frac{0.06}{1.53} + \frac{0.1}{10.2} \right) \right]$$

$$x = 15.606 [1 \pm 0.04901] = 15.606 \pm 0.7648$$

$$\therefore x = 15.6 \pm 0.8 \text{ cm}^2$$

2. Determinar la aceleración de la gravedad g , midiendo el periodo $T = 1.396 \pm 0.004 \text{ s}$ de un péndulo de longitud $l = 47.9 \pm 0.1 \text{ cm}$.

El periodo de un péndulo viene dado por la siguiente expresión algebraica:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

Para calcular el valor de g , primero consideremos $a = 4\pi^2 l$ y después dividimos a por T^2 .

$$a = 4\pi^2 [\langle l \rangle \pm \Delta l]$$

$$a = 39.4784 [47.9 \pm 0.1] = 1891 \pm 4 \text{ cm}$$

Ahora debemos determinar T^2 :

$$T^2 = (\langle T \rangle \cdot \langle T \rangle) \left[1 \pm \left(\frac{\Delta T}{\langle T \rangle} + \frac{\Delta T}{\langle T \rangle} \right) \right] = \langle T \rangle^2 \left[1 \pm 2 \frac{\Delta T}{\langle T \rangle} \right]$$

$$T^2 = \langle 1.396 \rangle^2 \left[1 \pm 2 \frac{0.004}{1.396} \right] = 1.948 \pm 0.011 s^2$$

Entonces ahora podemos determinar el valor de g :

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} = 4\pi^2 \frac{[\langle l \rangle \pm \Delta l]}{\langle T \rangle^2} = \frac{a}{\langle T \rangle^2}$$

Para realizar la división, debemos seguir los pasos del algebra de errores para dicha operación, es decir:

$$g = \left(\frac{\langle a \rangle}{\langle b \rangle} \right) \left[1 \pm \left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle} + \frac{\Delta b}{\langle b \rangle} \right) \right] \Rightarrow \left(\frac{\langle a \rangle}{\langle T \rangle^2} \right) \left[1 \pm \left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle} + \frac{\Delta T^2}{\langle T \rangle^2} \right) \right]$$

$$g = \left(\frac{1891}{1.948} \right) \left[1 \pm \left(\frac{4}{1891} + \frac{0.011}{1.948} \right) \right]$$

$$\therefore g = 970 \pm 8 \frac{cm}{s^2}$$

Referencias

[1] *Bureau International des Poids et Mesures* <https://www.bipm.org/en/measurement-units/> consultada el 24 de diciembre, 2020.

[2] Taylor J. R. *An Introduction to Error Analysis. The Study of Uncertainties in Physical Measurements*. University Science Books, 1982.

[3] *Errores en las medidas*, <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/unidades/medidas/medidas.htm>, consultada el 24 de diciembre, 2020.

The background features a complex, layered geometric design. At the top, there are concentric circles and radial lines in shades of orange and red. Below this, a large, semi-transparent white rectangle is centered, containing the title text. The bottom half of the image shows a large, circular pattern with radial lines and a central cluster of small, star-like shapes, all rendered in a lighter orange tone.

INTRODUCCION A LA FISICA

Guía N° 1: Medición y cifras significativas

Resumen

En esta actividad nos acercaremos a los sistemas de mediciones, patrones y medidas, necesarias tanto en la vida cotidiana como para el pensamiento crítico. Son tan importantes las medidas como la cantidad de dígitos a utilizar. Por ello, en esta actividad utilizaremos patrones basados en el Sistema Internacional de Unidades, revisado en páginas anteriores de este libro.

1.1. Introducción

Tanto en ciencias como en ingeniería, la forma de expresar una medida es por medio de mediciones, las que provendrán de instrumentos que pueden ser **análogos** o **digitales**. Análogo como una regla, una cinta de medir o un reloj con punteros. Digital como un cronómetro, una balanza eléctrica o un termómetro infrarrojo.

Cada instrumento tiene una **sensibilidad** característica, que corresponde a la mínima medida capaz de realizar.

Cada medida tiene asociado un error instrumental, es decir, cada vez que usted mide, incluye un error en la medición. En los instrumentos análogos, el **error instrumental** es la mitad de la sensibilidad.

Es decir, si la sensibilidad o la mínima medida que puede medir una regla es 1 mm, como muestra la Figura 1:

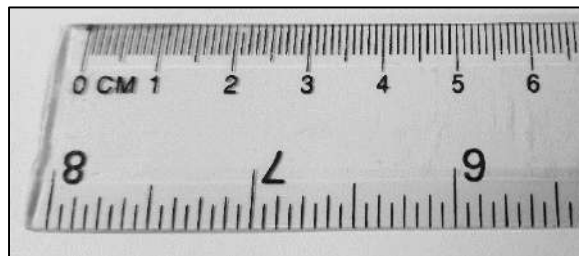


Figura 1. Regla análoga de sensibilidad 0,1 cm o 1 mm, que corresponde a la mínima medida capaz de leer.

Entonces, el error asociado a medir con la **regla análoga** de la Figura 1, es la sensibilidad dividida por 2.

$$\text{error} = \pm \frac{\text{sensibilidad}}{2} = \pm \frac{1}{2} \text{ mm} = \pm 0,5 \text{ mm}$$

Y esto ocurrirá para todos los instrumentos análogos.

Ahora que has visto cómo se obtiene el error de un instrumento análogo, en el caso de los instrumentos digitales es más sencillo: el error instrumental corresponde simplemente a la sensibilidad, es decir, a la mínima medida capaz de medir, como se observa en la figura 2.



Figura 2. Balanza digital de sensibilidad 0,01 gramo. Esta medida corresponde a la mínima medida capaz de leer.

Entonces, el error asociado a medir con la **balanza digital** de la Figura 2, es igual a la sensibilidad.

$$error = \pm \text{sensibilidad} = \pm 0,01 \text{ g}$$

En síntesis, el valor del error del instrumento de medición finalmente depende de las características análogas o digitales de los instrumentos, ver figura 3.

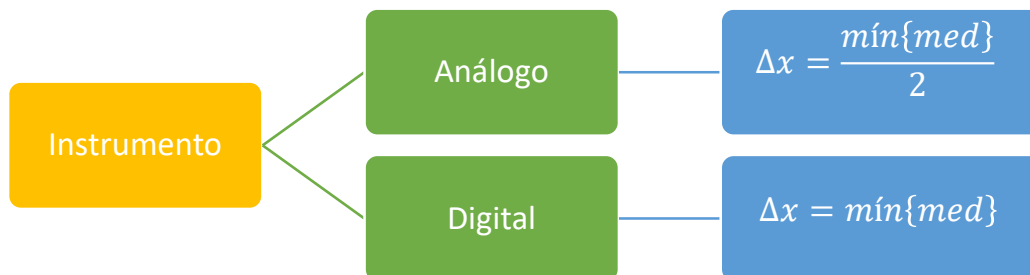


Figura 3. El error en los instrumentos análogos es la sensibilidad dividida en 2, mientras que el error en los instrumentos digitales es igual al valor de su sensibilidad.

La **precisión** de una medida tiene que ver con la cantidad de decimales que nos entrega el instrumento que realizó la medición. Si la medida de una distancia se realiza con la regla de la Figura 1, cuya sensibilidad es el milímetro, entonces la podremos expresar, por ejemplo,

como $L = 1,320 \text{ m}$, pero si otro instrumento es más preciso, nos señalará, por ejemplo, que $L = 1,3201 \text{ m}$.

Ningún instrumento nos entregará una cantidad infinita de dígitos; esto es, ningún instrumento posee precisión infinita, porque no serán significativos y no tendrán valor en física.

La **exactitud**, en cambio, tiene que ver con cuanto se acerca al “valor verdadero” de la medición.

Nunca podremos conocer con certeza el valor verdadero de una medición, porque, a pesar de que se utilicen instrumentos de una tecnología cada vez más avanzada, que los haga ser cada vez más precisos, siempre tendrán un rango de error. Si bien este se puede ir minimizando, al final, de acuerdo con Heisenberg, una de las variables quedará indeterminada.

Es necesario definir previamente las cifras significativas a utilizar para representar los valores medidos. Las cifras significativas son aquellas que aportan información relevante respecto a la cantidad con que se está trabajando. Por ejemplo, una medida de longitud específica de $48,5 \text{ m}$ posee 3 cifras significativas; en tanto, la misma medida, pero expresada como $48,54223 \text{ m}$, posee 7 cifras significativas. Ambas miden la misma cantidad, solo que una lo hace con mayor precisión que la otra.

Ahora, en el caso de los ceros, estos dependen de la precisión del instrumento de medida que se esté utilizando. Los valores $0,0004258$, $0,004258$ y $0,04258$ tienen la misma cantidad de cifras significativas, es decir, 4 cifras significativas cada uno. La diferencia estará al expresarlos en notación científica, la potencia de 10 tendrá exponentes diferentes.

El número 236000 posee 3 cifras significativas. Y los números $2,36 \cdot 10^5$, $2,360 \cdot 10^5$ y $2,3600 \cdot 10^5$ poseen respectivamente 3, 4 y 5 cifras significativas, aun cuando matemáticamente representan el mismo valor. En este laboratorio, usted debe expresar todas las cantidades con cierta cantidad de cifras significativas, junto con expresar cada valor medido con su respectivo error.

1.2. Objetivos

1. Expresar magnitudes físicas correctamente, considerando la cantidad de cifras significativas.
2. Expresar correctamente una magnitud física, considerando el error asociado a medidas experimentales tanto para instrumentos análogos como digitales.

1.3. Instrumentos y materiales

- Instrumento análogo de medición de longitud (regla, pie de metro y micrómetro)
- Cronómetro.
- Cordel.
Pelota de tenis, ping pong, esponja y bolita de cristal.

1.4 Procedimiento experimental

Actividad N° 1

Si bien con una regla o cinta métrica es posible medir sin inconveniente el largo y ancho de una sola hoja de cuaderno, no resulta sencillo si queremos medir su espesor.

- I.* Mida el espesor de una pila de hojas de 100 y 50 hojas, respectivamente. Para esta actividad puede unir las hojas de más de un cuaderno, pero deben ser del mismo tipo.
- II.* Sobre la base del valor obtenido y la cantidad de hojas por pila, calcule el espesor de una hoja en ambos casos.
- III.* Discuta el error asociado, que puede considerar en la medida, al realizar este procedimiento.
- IV.* Calcule el error relativo y el error porcentual.

Actividad N° 2

Se sabe que Pi (π) es un número constante que se obtiene a partir del cociente entre el perímetro L de una circunferencia y su diámetro D.

- I.* Posicione el cordel sobre la longitud de la circunferencia (perímetro) de la pelota de tenis o de esponja. Posteriormente, mida con una regla el largo de la cuerda.
- II.* Mida el diámetro del objeto.
- III.* Registre sus mediciones con la cantidad de cifras significativas que corresponda.
- IV.* Basándose en las medidas anteriores, obtenga el valor de π considerando las reglas en la operatoria con cifras significativas.
- V.* Repita los pasos anteriores para 3 pelotas de diferente diámetro.
- VI.* Compare su resultado con el valor teórico conocido. Para ello, obtenga la diferencia porcentual entre el valor obtenido y el valor conocido para π .

Objeto	Longitud circunferencia	Diámetro	$\pi = \frac{\text{longitud circunferencia}}{\text{diámetro}}$

Actividad N° 3

- I. Deje caer la pelota de tenis o de esponja desde una altura $h = 1,80[m]$ y mida el tiempo de caída empleando un cronómetro. Repita la experiencia 5 veces y registre sus resultados en una tabla.
- II. Determine el tiempo que tarda la pelota en caer desde dicha altura, presentando su resultado con la cantidad correcta de cifras significativas y su correspondiente error instrumental asociado.
- III. Determine el error relativo y el error porcentual entre las medidas obtenidas.

Actividad N° 4, *Ingeniare:*

Si bien existen instrumentos que permiten determinar el volumen de un fluido, estos no siempre permiten medir, por ejemplo, el volumen de una gota de agua. Diseñen en equipo un experimento para determinar el volumen de una gota de agua.

1.4. Análisis (para las conclusiones)

Actividad N° 1

- ¿Es mayor, menor o igual el error asociado al determinar el espesor de una hoja, midiendo indirectamente con 100 o 50 hojas?

Actividad N° 2

- ¿Qué representa Pi?
- ¿Se cumple que Pi (cociente entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro) posee el mismo valor para cualquier circunferencia?

Actividad N° 3

- Compare el error instrumental con el error cometido por quien realizó el experimento. ¿Cuál de estos errores es mayor? ¿Cuál debe ser el error a considerar al momento de informar la medida?

Actividad N° 4

- Según la opinión del equipo de trabajo, ¿el valor obtenido experimentalmente será cercano al valor verdadero de una sola gotita de agua?

Observación: Las preguntas de análisis son para guiar sus conclusiones. **No es un cuestionario.** En las conclusiones ustedes responden estas preguntas como parte de un todo.

Guía N° 2: Medición indirecta y propagación de error

Resumen

En la sesión experimental anterior fue posible estudiar mediciones directas, aquellas que quedan definidas por el solo hecho de efectuar la medida con un instrumento calibrado, como por ejemplo masa, tiempo, longitud.

En esta sesión experimental se trabajará con aquellas que no están definidas directamente, siendo necesario realizar diversas mediciones para que estas puedan ser determinadas mediante cálculo. Por ejemplo, para registrar la rapidez media es necesario conocer la longitud recorrida y el tiempo empleado; para la fuerza, se necesita medir la masa y conocer la aceleración; para el momentum se requiere conocer la masa y la velocidad, entre otros parámetros físicos. Además, cada medición tiene asociado un error. En esta sesión trabajaremos con el procedimiento que se debe realizar cuando las variables poseen cada una un error (Teoría de Error).

2.1. Introducción

La medición indirecta es aquella, valga la redundancia, en la que se mide indirectamente una magnitud física. Esto quiere decir que se deben medir ciertos valores directamente con un instrumento, y luego realizar un cálculo (fórmula) con estos valores para obtener el parámetro físico buscado. Pero si sabemos que cada medición directa que realizamos posee un error asociado, a la vez cada magnitud física determinada a partir de estas medidas también poseerá un error, que se desprende del error de las medidas utilizadas en su determinación (lo que se conoce como *propagación de errores*). Por lo tanto, cada medida se debe trabajar con los errores asociados, ya sea si se deben multiplicar, dividir, sumar o restar. Un caso interesante es el de las figuras geométricas tridimensionales como; un cubo, cilindro o una esfera, para determinar parámetros físicos como su superficie o su volumen que son magnitudes indirectas, necesitamos medir directamente algún parámetro como su radio, diámetro o altura. Considere que se tiene un cubo con aristas de lado a , y que tanto la esfera como un cilindro poseen un diámetro D y una altura h . Complete los datos faltantes de la Figura 1.

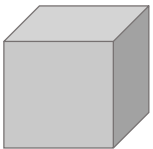
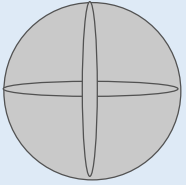
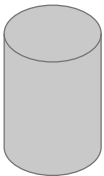
	Superficie	Volumen
 Cubo de arista a		
 Esfera de diámetro D		
 Cilindro de diámetro D y altura h		

Figura 1. Recordando superficies y volúmenes de cuerpos solidos regulares.

En otros casos físicos, por ejemplo, supongamos una caja desplazándose por un plano con fricción despreciable.

- Con una regla medimos directamente que se movió 40 centímetros, con un error asociado de 0,2 cm.
- Con un cronómetro medimos que tarda 8 segundos en recorrer dicha distancia, y hay un error asociado de 0,17 s.
- Y con una balanza se midió que la masa del bloque es de 400 gramos y la balanza posee un error de 0,1 g.

Entonces,

Parámetro	Instrumento	CGS	Sistema Internacional (SI)
Longitud	Regla	$40,0 \pm 0,2$ cm	$0,400 \pm 0,002$ m
Tiempo	Cronómetro	$8,0 \pm 0,2$ s	$8,0 \pm 0,2$ s
Masa	Balanza	$400,0 \pm 0,1$ g	$0,4000 \pm 0,0001$ kg

A partir de estos parámetros es posible obtener **mediciones indirectas** de parámetros físicos.

Ejemplo 1: Si se divide la longitud recorrida por el tiempo empleado en ello, podemos obtener la medida indirecta conocida como rapidez media del bloque,

$$Rapidez_{media} = \frac{longitud}{tiempo}$$

Para realizar el cálculo se debe considerar que cada medición debe emplear propagación de errores. Entonces, al **dividir la longitud (a) por el tiempo (b)** se obtiene:

$$\begin{aligned} v_m = rapidez_{media} &= \left(\frac{\langle a \rangle}{\langle b \rangle} \right) \left[1 \pm \left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle} + \frac{\Delta b}{\langle b \rangle} \right) \right] \\ v_m &= \left(\frac{0,400}{8,0} \right) \left[1 \pm \left(\frac{0,002}{0,400} + \frac{0,2}{8,0} \right) \right] \\ v_m &= (0,05) [1 \pm (0,005 + 0,025)] \\ v_m &= (0,05) [1 \pm 0,03] \\ v_m &= 0,05 \pm 0,0015 \\ \therefore v_m &= 0,050 \pm 0,002 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Ejemplo 2: También en el caso de conocer el valor del parámetro físico aceleración de gravedad (g) como $9,8 \pm 0,1 \text{ m/s}^2$, podemos obtener una nueva magnitud física a partir del producto de la masa por “g”, a este parámetro se le conoce como peso del bloque. Esta será:

$$peso = masa \cdot aceleración_{gravedad}$$

Pero, al igual que el caso anterior se debe tener en cuenta que se debe emplear la Teoría de Error. Entonces, al **ponderar la masa (a) por la aceleración (b)**, se obtiene:

$$\begin{aligned} peso &= (\langle a \rangle \cdot \langle b \rangle) \left[1 \pm \left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle} + \frac{\Delta b}{\langle b \rangle} \right) \right] \\ peso &= (0,4000 \cdot 9,8) \left[1 \pm \left(\frac{0,0001}{0,4000} + \frac{0,1}{9,8} \right) \right] \end{aligned}$$

$$peso = (3,92)[1 \pm (0,00025 + 0,01020)]$$

$$peso = (3,92)[1 \pm 0,01045]$$

$$peso = 3,92 \pm 0,04 N$$

2.2. Objetivos

- Cuantificar correctamente magnitudes físicas indirectas a partir de medidas directas de parámetros físicos.
- Utilizando propagación de errores, cuantificar correctamente el error asociado a una magnitud física.

2.3. Instrumentos y materiales

- Balanza.
- Regla.
- Pie de metro.
- Micrómetro.
- Moneda de \$100 pesos chilenos.
- Pelota de esponja.
- Bolita de vidrio o metal.

2.4. Procedimiento experimental

Actividad N° 1: Caracterizando de moneda de \$100

La primera actividad consiste en caracterizar la moneda de \$100 pesos chilenos. Para ello deberá medir la masa, diámetro y espesor de la moneda. Posteriormente, buscar en internet el artículo: **Lectura semiótica de cuatro monedas chilenas**, de Yenny Paredes (ver referencias). Luego, con los parámetros físicos declarados en el documento, compare con sus medidas experimentales.

Entonces, mida directamente las cantidades físicas de la moneda: espesor, diámetro y masa.

- a) ¿Cuál es el porcentaje de error entre los valores teóricos y los medidos?
- b) Además, determine la densidad de la moneda, recordando que la densidad se define como:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Siendo ρ la densidad, M la masa y V el volumen del cuerpo.

Actividad N° 2: Densidad de una esfera.

Mida el diámetro de la pelota de esponja y de la bolita de vidrio o de metal, utilizando para ello el pie de metro. Debe considerar el error que comete con este *instrumento análogo*. Luego mida la masa de la pelota o la bolita.

Tabla propuesta

	Masa	Diámetro
Pelota de esponja		
Bolita (vidrio o metal)		

	Volumen $\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$	Densidad $\left(\frac{\text{masa}}{\text{volumen}}\right)$
Pelota de esponja		
Bolita (vidrio o metal)		

Actividad N° 3, *Ingeniare*:

Diseñe un experimento en 4 pasos para determinar el volumen de la Luna. Realicen una estimación del error cometido al calcular el volumen.

a. Análisis

Actividad N° 1

1. Utilizando propagación de errores, realice los cálculos necesarios para obtener la caracterización de la moneda de \$100.
2. Investigue y compare con el documento referenciado respecto a la: “Lectura semiótica de monedas chilenas”.

Actividad N° 2

3. Utilizando propagación de errores, realice los cálculos necesarios para obtener la **densidad** de la pelota de esponja y de la bolita. Recuerde que la densidad se obtiene dividiendo la masa por el volumen de la bolita (considere que cada bolita es perfectamente esférica).
4. Investigue valores de densidades y compare los valores obtenidos con los valores calculados a partir de sus mediciones.

Referencias

Oficina Internacional de Pesos y Medidas, <http://www.bipm.org>

Red Nacional de Metrología (Chile), <http://www.metrologia.cl>

Centro Español de Metrología, <http://www.cem.es/>

Yenny Paredes. 2001-2002. «Lectura semiótica de cuatro monedas chilenas».

Documentos Lingüísticos y Literarios 24-25 (2001) (consultado por última vez el 25 de enero de 2023).

Guía N° 3: Gráficos – Relación directa

Resumen

Permanente y sistemáticamente, tanto en ciencias como en ingeniería, para entender el fenómeno en estudio dependeremos de una cantidad de datos que puede ser pequeña o muy grande. Sin lugar a duda, la manera técnica de observarlos no será dato por dato, sino el conjunto de ellos, agrupados y ordenados por medio de un gráfico. Al hacerlo, tendremos la ventaja de reconocer si los datos siguen cierta tendencia, observar máximos y mínimos y obtener relaciones funcionales, entre otras. Por esto, la construcción de gráficos es, en sí, un tema muy importante, que requiere de ciertos elementos comunes que trabajaremos detalladamente en este laboratorio.

3.1.1 Introducción

Un gráfico es la herramienta que nos permite que hablemos el mismo idioma en un equipo multidisciplinario. Un ingeniero no trabaja solo, lo hace con grupos muy heterogéneos a los que debe presentar una cantidad innumerable de variables. El idioma común es proporcionado por la presentación de los datos de manera ordenada y visualmente clara, con sus respectivos parámetros definidos en unidades bien declaradas.

En un gráfico, los espacios en cada eje deben estar igualmente separados para mantener la proporcionalidad visual en la presentación de los datos. Si por ejemplo decide realizar una separación de longitud de 5 mm, esta debe mantenerse en el eje.

Todos los gráficos deben tener:

- a) Título del gráfico.
- b) Nombre de las variables en los ejes, con las unidades utilizadas.
- c) El gráfico debe ser de **dispersión**, sin líneas que unan los puntos.
- d) En cada gráfico se debe trazar una línea de tendencia, y observar el parámetro R^2 . Discutirá esto con su profesor.
- e) Identificar el tipo de función que representa, y si esta no es del tipo lineal; discutir procedimientos adecuados para su **rectificación** (este último tipo de gráficos se realizará en la siguiente sesión experimental).

3.2 Objetivos

- Elaboración y construcción adecuada de gráficos.
- Encontrar la relación funcional entre variables físicas directamente proporcionales, mediante el uso de software en conjunto con el método de los mínimos cuadrados.

3.3 Instrumentos y materiales

- Computador con software de análisis de tablas de datos; se recomienda Excel.

3.3.1 Procedimiento experimental

Para cada una de las siguientes actividades, utilice el software de análisis de tablas de datos elegido. Se recomienda Excel de Microsoft Office u OpenOffice Calc.

Actividad N° 1: *Grafica posición y tiempo*

Considerando la siguiente tabla de datos, que fue obtenida midiendo la distancia en línea recta de un móvil en intervalos de tiempo de 1,0 s, realice el gráfico correspondiente. Tal como fue descrita la recopilación de datos, ¿cuál es la variable independiente y cuál es la dependiente? Luego de observar el gráfico, ¿qué puede concluir respecto de la forma de este?

x (m)	0,0	3,0	6,2	8,8	12,2	15,0	17,8	21,2	24,0	26,8
t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Actividad N° 2: *Grafica posición y tiempo (datos desde ecuación)*

Una ecuación de la recta muestra cómo cambia la distancia recorrida x por un móvil en función del tiempo t . La ecuación que da cuenta del movimiento es $x(t) = 3t + 1$. Sabiendo esto y que la posición está expresada en metros y el tiempo en segundos, construya una tabla de 10 valores para posición versus tiempo. Luego, realice el gráfico de los datos obtenidos. ¿Cuál es la variable independiente y cuál es la dependiente? ¿Qué debe ir en el eje x , y qué en el eje y ? ¿Qué puede concluir al respecto?

Actividad N° 3: Grafica rapidez y tiempo

La siguiente tabla de datos, fue obtenida observando el velocímetro de un vehículo mientras este se mantiene en línea recta, así se obtuvieron valores de rapidez en km/h para 10 instantes de tiempo en segundos. Entones, primero realice las transformaciones de unidades que considere necesarias y luego discuta; tal como fue descrita la recopilación de datos, ¿cuál es la variable independiente y cuál es la dependiente? Luego de observar el gráfico, ¿qué puede concluir respecto de la forma de este?

v (km/h)	13,0	23,0	33,3	43,3	53,0	63,3	73,3	83,3	93,3	103,3
t (s)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Actividad N° 4

La siguiente tabla de datos, se obtuvo en el laboratorio de física midiendo los parámetros intensidad de corriente eléctrica (I) y diferencia de potencial (V), luego de graficar estas dos variables, encuentre la relación funcional entre ellas.

I(mA)	0,00	0,36	0,80	1,32	1,64	2,09	2,66	3,22	3,61	4,01	4,48	5,03	5,77
V(V)	0,70	1,00	2,10	3,20	3,90	5,03	6,10	7,36	8,21	9,07	10,12	11,22	12,82

Actividad N° 5, *Ingeniare*:

Desde un punto de vista muy acotado y genérico, la instalación de la NASA “Power Facility”, en Cleveland, Estados Unidos, es un galpón donde se puede realizar vacío. Esto significa que, al activar un sistema de bombas de aire, se puede sacar el aire del interior en un proceso que tarda 3 horas. Esto posibilita realizar múltiples experimentos “en el vacío” acá en la Tierra.



Si usted tuviera una pluma y una pelota de fútbol llena de arena y las dejara caer a la par desde una altura considerable, **¿cuál toca primero el suelo?**



Observe cuidadosamente el video grabado por la BBC desde el centro “Power Facility”. Discutan como equipo y realicen a mano 8 gráficos sobre cómo debería ser su movimiento (luego de dibujarlos muy ordenadamente, escanéelos para ponerlos en su informe).

- 1) En un mismo gráfico, posición versus tiempo para la esfera sólida y para la pluma, antes de “hacer el vacío”.
- 2) En un mismo gráfico, velocidad versus tiempo para la esfera sólida y para la pluma, antes de “hacer el vacío”.
- 3) En un mismo gráfico, posición versus tiempo para la esfera sólida y para la pluma, en el vacío.
- 4) En un mismo gráfico, velocidad versus tiempo para la esfera sólida y para la pluma, en el vacío.

3.4 Análisis

- 1.- Respecto a cada gráfico, ¿qué puede concluir de cada una de las cuatro actividades?
- 2.- ¿Cuál es la relación entre las variables?
- 3.- ¿Se identifican máximos y mínimos?
- 4.- En la Actividad N°3 y en la actividad N°4, investigue e indique qué representa físicamente la pendiente de la relación funcional obtenida.

Guía N° 4: Gráficos – Relación indirecta

Introducción

En el laboratorio anterior, *Gráficos – relación directa*, has podido darte cuenta de la necesidad de tener un número importante de datos para poder obtener conclusiones respecto a ciertas variables. En el mejor de los casos, dos variables pueden estar linealmente relacionadas; es decir, presentan una proporcionalidad directa entre ellas, por tanto, la relación funcional entre variables es una recta.

En esta oportunidad, el caso en estudio, las variables físicas por sí solas no poseen un comportamiento directamente proporcional. Para ello hay que **realizar cambios en las variables** para poder **rectificar el gráfico** y, entonces, encontrar la **relación funcional**.

Rectificación por cambio o sustitución de variables.

Consideremos que se quiere determinar la aceleración de gravedad a partir de la caída libre de un cuerpo. Para esto se diseñó un experimento donde se suelta una bolita desde una altura determinada y se mide la distancia recorrida en ciertos instantes de tiempo, obteniéndose la siguiente tabla de datos:

Tiempo (s)	Distancia (m)
1	0,035
2	0,182
3	0,451
4	0,760
5	1,207
6	1,710
7	2,322
8	3,120
9	3,889
10	4,821

Tabla 1. Distancia recorrida vs. Tiempo.

Al graficar los valores de la Tabla 1, se obtiene el siguiente gráfico:

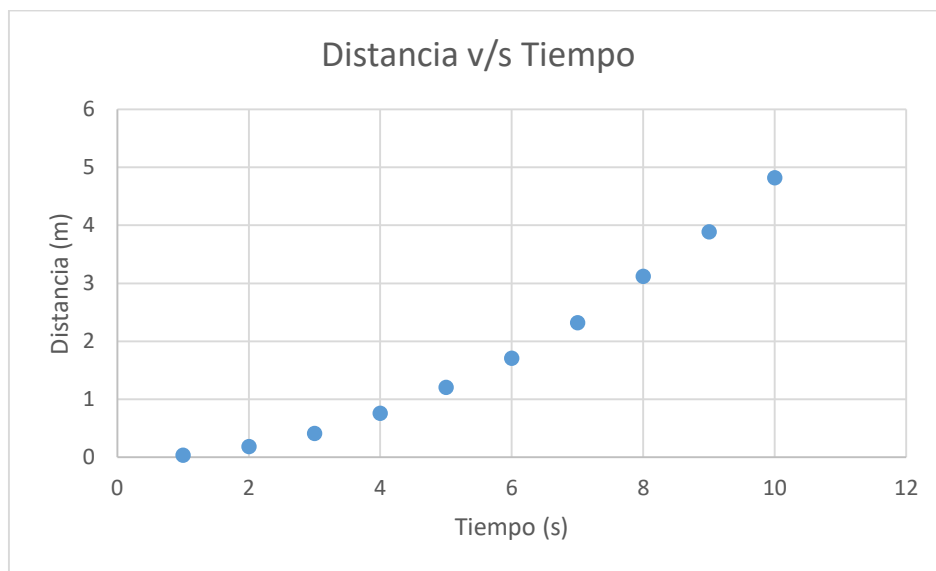


Gráfico 1. Distancia vs. Tiempo graficadas en Excel.

Podemos ver claramente que no existe una relación lineal entre las variables, pero además a partir del conocimiento que poseemos de caída libre, se sabe que existe una relación funcional que rige este movimiento:

$$h(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

Por lo tanto, nos podemos dar cuenta que $h(t)$ es directamente proporcional con t^2 . En este sentido, se realizará el cambio de variable y obtendremos una tabla de datos de h vs. t^2 :

Tiempo ² (s ²)	Distancia (m)
1	0,035
4	0,182
9	0,451
16	0,760
25	1,207
36	1,710
49	2,322
64	3,120
81	3,889
100	4,821

Tabla 2. Distancia vs. Tiempo².

Al graficar los datos obtenidos en la Tabla 2, se puede observar:

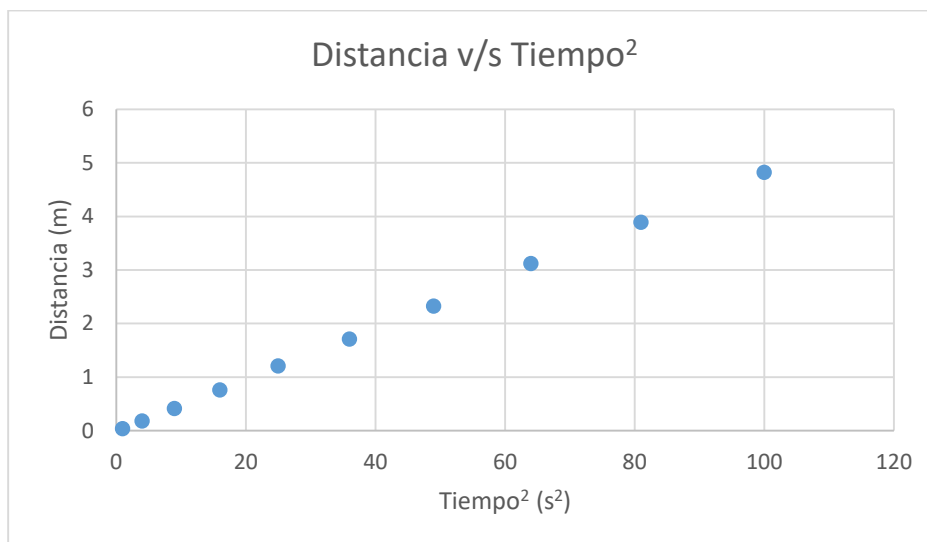


Gráfico 2. Distancia vs. Tiempo² graficadas en Excel.

Gráfico al que, por medio de métodos numéricos, podemos extraer los coeficientes de la relación funcional. Notemos que, en este caso, la pendiente de la recta encontrada está relacionada con el valor experimental de la aceleración de gravedad.

Recuerde que todos los gráficos, para estudiar posibles relaciones funcionales, deben poseer:

- Título del gráfico.
- Título de las variables en los ejes, y sus unidades.
- El gráfico debe ser de **dispersión** sin unión de los puntos.
- Trazar una línea de tendencia, y observar la representación de R^2 .
- Identificar el tipo de función que representa, y si este necesita ser **rectificado** (de ser así, debe buscar el procedimiento adecuado que genera una recta con los datos que usted posee).

4.1 Objetivos

- Construir gráficos correctamente mediante el uso de software y del análisis de tablas de datos.
- Determinar la relación funcional entre variables no directamente proporcionales, por medio de la rectificación del gráfico que los relaciona y el método de los mínimos cuadrados para la obtención de los parámetros relevantes.

4.2 Instrumentos y materiales

- Computador con software de análisis de tablas de datos; se recomienda Excel.
- Cinta graduada en centímetros de 2,0 metros.
- Masa experimental: pelota de ping-pong, de tenis o goma.
- Software de análisis de video [Tracker](#).
- Celular con cámara.

4.3 Procedimiento experimental

Para cada una de las actividades presentadas a continuación:

- a. Realice el gráfico correspondiente.
- b. Realice el procedimiento adecuado, necesario para transformar el gráfico en una recta (rectificar).
- c. Determine la relación funcional entre las variables.

Actividad N° 1

A partir de los datos entregados en la Tabla 1, en el experimento con el cual se pretende obtener la aceleración de gravedad, grafique nuevamente esos datos, realice la rectificación y con ayuda del software Excel grafique la relación funcional, para luego poder obtener el valor de la aceleración de gravedad y del intercepto.

Actividad N° 2

La relación entre el período de oscilación de un péndulo y su longitud es la mostrada en la Tabla 3:

L (m)	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
T (s)	1,42	1,49	1,55	1,62	1,68	1,74	1,79	1,85	1,90

Tabla 3. Relación entre período de oscilación y la longitud de un péndulo.

Encuentre la relación funcional Período como función del Largo (realice la rectificación en caso de ser necesaria). Luego a partir de la relación funcional obtenida, determine el período de oscilación de un péndulo de 120 cm.

Y de igual modo, a partir de la relación funcional obtenida, determine la longitud que debe tener un péndulo para que su período corresponda a 3,0 s.

Actividad N° 3



Gradúe una cinta de papel, de centímetro en centímetro, con un largo total aproximado de 2 m. Fije la cinta graduada a una pared de modo vertical. Desde una altura arbitraria, puede ser 2 m, deje caer el objeto elegido. **Simultáneamente, con su celular grabe el movimiento de caída del objeto** (en el informe agregue 2 fotografías de su montaje experimental).

Para esta actividad necesitará trabajar con el [software de análisis de video Tracker](#). Este es un **software libre y de código abierto**, siendo su última versión (a enero 2023) la 6.1.1. Se recomiendan dos tutoriales del profesor Rodolfo Fernández, del Instituto Tecnológico de Monterrey sobre las funcionalidades del software Tracker:

1. [Tutorial Tracker parte 1, video análisis](#)
2. [Tutorial Tracker parte 2](#)

A partir del video grabado, cárguelo en el *software Tracker*. Al obtener los datos, haciendo uso de Excel u OpenOffice confeccione una tabla de distancia recorrida vs. tiempo empleado; luego, usted estará en condiciones de poder determinar la relación funcional entre ambas variables, así como interpretar físicamente los parámetros obtenidos y compararlos con los parámetros teóricos que rigen el movimiento de caída libre.

A continuación, se pone a disposición 2 videos de prueba (con tres intentos) que puede descargar o ver por YouTube, en caso que no pueda grabar su experimento de caída libre.

1. [Video 1: Pelota de ping pong cayendo desde 2,0 m.](#) 
2. [Video 2: Pelota de esponja cayendo desde 2,0 m.](#) 

Actividad N° 4, *Ingeniare*:

En las diferentes carreteras en cada país existen límites de velocidad. En función de los límites de velocidad en Colombia se presenta un caso. Realice un gráfico del vehículo que se muestra en el video del canal de @MundoActuales, desde 20 metros cuando va a velocidad constante a 100 km/h hasta que posteriormente aprieta el freno y se queda completamente detenido. Incluya los valores en los ejes de coordenada. Posteriormente explique cuál es el tipo de relación funcional cuando va a velocidad constante hasta que se queda detenido.



4.4 Análisis

Después de cada gráfico luego de haber realizado los cambios de variables respectivos, su análisis local debe responder:

- 1.- ¿Qué puede concluir respecto a cada gráfico, de cada una de las tres actividades?
- 2.- ¿Cuál es la relación funcional entre las variables de cada actividad?

Guía N° 5: Fuerzas de roce

Resumen

Cada vez que un cuerpo se mueve, hay una fuerza que se opone a ese movimiento (en la misma dirección, pero en sentido contrario). Esta fuerza está siempre presente, como el caso del roce del aire o el roce con el suelo; es posible minimizarla, pero no eliminarla. En este laboratorio se medirá experimentalmente el coeficiente de roce estático y dinámico entre dos superficies.

5.1 Introducción

Por definición, la fuerza de roce es aquella que se opone al movimiento libre de los cuerpos. La dependencia del valor que posee esta fuerza ha motivado estudios muy antiguos, acercándose a valores similares a los contemporáneos. En el siglo XVI, Leonardo da Vinci determinó que el coeficiente de fricción tenía un valor de $\frac{1}{4}$ de la masa del cuerpo, hoy por hoy se sabe que el coeficiente de fricción se divide en estático y dinámico, siendo mayor el primero. Además, el coeficiente de fricción es independiente de las dimensiones de las superficies en contacto, y depende solo del material que compone dos superficies en contacto.

La fuerza de roce F_r estático se determina por:

$$F_r \leq \mu_s N$$

Siendo μ_s el coeficiente de fricción estático, y N la fuerza normal del cuerpo.

En tanto, la fuerza de roce cinética es la que actúa cuando el cuerpo ya se encuentra en movimiento, y se determina por:

$$F_r = \mu_k N$$

Siendo μ_k el coeficiente de fricción cinético, y N la fuerza normal del cuerpo.

Un método para determinar el coeficiente de fricción estática consiste en determinar un ángulo crítico θ_c , justo cuando un cuerpo se mueve sobre otro. La manera de determinar el coeficiente es:

$$\mu_s = \tan(\theta_c)$$

A continuación, se presenta una tabla de 5 valores de coeficiente de fricción estática y dinámica, entre diversas superficies. Se debe hacer hincapié que el coeficiente no depende de las áreas en contacto, sino que solamente del material entre las dos superficies en contacto, como muestra la Tabla 1.

Superficies	μ_s	μ_k
Madera-Madera	0,4	0,2
Hielo-Hielo	0,1	0,03
Metal-Metal	0,15	0,07
Hule-Concreto	1,0	0,5
Articulaciones	0,01	0,01

Tabla 1. Coeficientes de fricción estática y dinámica para 5 superficies.

5.2 Objetivos

1. Determinar experimentalmente el coeficiente de fricción estática de papel sobre papel.
2. Determinar experimentalmente el coeficiente de fricción estática de madera sobre madera.
3. Determinar experimentalmente el coeficiente de fricción estático de un cubo de hielo sobre un material a elección.

5.3 Instrumentos y materiales

- Superficies de madera.
- Hojas de papel de diario.
- Superficie de material que usted elija: madera, metal, vidrio o caucho (Actividad 3).
- App Compas (**Aplicación Protractor** - Android).
- Cubo de Hielo.
- Software de análisis de video [Tracker](#).

5.4 Procedimiento experimental

Actividad N° 1: Coeficiente de fricción estática en plano inclinado papel – papel

1. Sobre una superficie plana amplia (mesa plana), fije una hoja de papel de diario. Puede fijarla con cinta adhesiva, debe quedar completamente estirada.
2. Con el mismo tipo de papel de diario, forre un bloque lo más homogéneamente rectangular posible.

3. Active la **aplicación Protractor** y fíjela a la superficie de la mesa, como muestra la Figura 1.

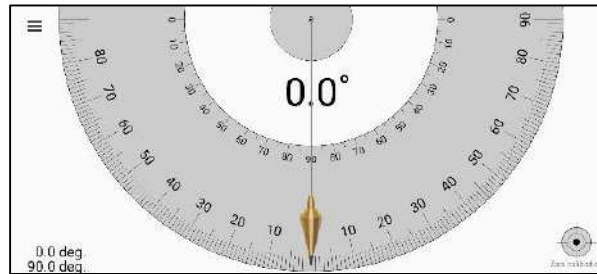


Figura 1. Compás análogo de la aplicación Android Protractor.

4. Con el bloque envuelto en papel sobre la mesa con papel, y con la aplicación funcionando, levante progresivamente la mesa, de manera muy lenta, hasta alcanzar el ángulo mayor posible que haga que este se mueva.
5. Repita la operación tres veces, registre los datos de ángulo y obtenga un valor de ángulo crítico promedio.

Actividad N° 2: Coeficiente de fricción estática en plano inclinado madera – madera

1. Escoja una superficie plana amplia de madera (mesa plana).
2. Active la **aplicación protractor** y fíjela a la superficie de la mesa de madera, como muestra la Figura 1.
3. Ubique una segunda superficie de madera sobre la superficie de madera plana; levante progresivamente la mesa, de manera muy lenta, hasta alcanzar el ángulo mayor posible que permita que se mueva el bloque de madera sobre la mesa.
4. Repita la operación tres veces, registre los datos de ángulo y obtenga un valor de ángulo crítico promedio. Obtenga el coeficiente de fricción madera – madera representativo.

Actividad N° 3: Coeficiente de fricción estática en plano inclinado hielo – superficie

1. Sobre una superficie plana elegida previamente (madera, metal, vidrio o caucho), ubique y active la **aplicación protractor** para medir ángulos, como muestra la Figura 1.
2. Ponga el cubo de hielo sobre la superficie que usted eligió.
3. Con un segundo celular, inicie la grabación de un video de su experimento.

4. Empiece por levantar **muy lentamente** la superficie plana, de tal manera de ir aumentando el ángulo respecto a la horizontal, hasta que en el algún momento se deslice el hielo sobre la superficie, como muestra la figura 2.
5. Cargue el video en el [software Tracker](#), observe el ángulo crítico y obtenga los datos de ángulo, para poder generar un gráfico de **Fuerza de roce vs Fuerza paralela al plano**, producto de la componente de la fuerza peso.

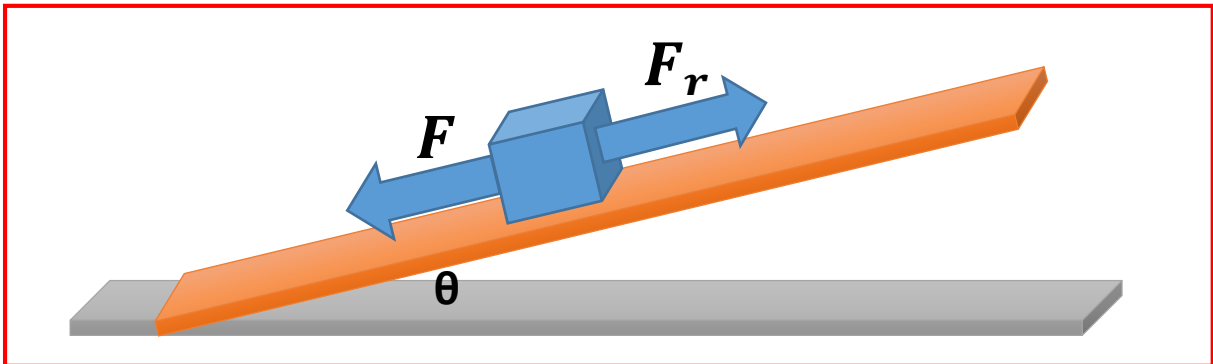


Figura 2. Cubo de hielo deslizando, sobre superficie de “material X” en un ángulo ϑ .

Actividad N° 4, *Ingeniare*:

En la instalación de la NASA “Power Facility”, en Cleveland, Estados Unidos, es posible realizar experimentos en el vacío. Al activar un sistema de bombas de aire, se puede sacar el aire del interior en un proceso que tarda 3 horas.

Observe cuidadosamente el video grabado por la BBC desde el centro “Power Facility”, discutan como equipo y realicen los gráficos sobre cómo deberían ser los movimientos

- 1.- Sin tomar dato alguno, grafique la **posición, velocidad y la aceleración versus tiempo** para la pluma, antes de “hacer el vacío” en el *Power Facility*.
- 2.- Sin tomar dato alguno, grafique la **posición, velocidad y la aceleración versus tiempo** para la pluma, en el vacío del *Power Facility*.



5.4 Análisis

Actividad N° 1

Sobre la base de los datos obtenidos, determine el promedio de los ángulos medidos y determine el coeficiente de fricción estático papel–papel. En el informe incluya una fotografía representativa de su montaje experimental.

Actividad N° 2

Sobre la base de los datos obtenidos, determine el promedio de los ángulos medidos y determine el coeficiente de fricción estático madera–madera. En el informe incluya una fotografía representativa de su montaje experimental.

Actividad N° 3

Sobre la base del experimento diseñado, y conforme a los datos obtenidos, determine el promedio de los ángulos medidos y calcule el coeficiente experimental de fricción estático hielo – “material X”. En el informe incluya una fotografía representativa de su montaje experimental.



MECÁNICA

Guía N° 1: Lanzamiento de proyectiles

Resumen

En este laboratorio de conceptos de mecánica, se estudiará el movimiento de un proyectil, utilizando para ello el software libre Tracker, en la primera actividad analizarás un extracto de un video correspondiente a un emocionante partido de voleibol femenino, celebrado en ocasión de los Juegos Panamericanos de Guadalajara 2011, entre las selecciones de Brasil y Cuba.

En la segunda actividad deberás registrar un video del lanzamiento de una bolita, y analizar tal video para ser capaz de describir su movimiento haciendo uso de las expresiones cinemáticas de movimiento con aceleración constante.

1.1 Introducción

Un aspecto central de la física experimental en el lanzamiento de proyectiles, es que estamos hablando de dos movimientos combinados a la vez, tenemos un movimiento horizontal, y un movimiento vertical cambiante producto de la aceleración de gravedad.

Si lanzamos una pelota por los aires, podremos observar que la trayectoria está descrita por una curva característica, desarrollando un movimiento parabólico. Para poder analizar con relativa sencillez, es preciso considerar algunos aspectos teóricos:

- a.- El cuerpo está sometido a una aceleración constante, la cual corresponde a la aceleración de gravedad, que apunta hacia el centro de la Tierra.
- b.- Se considerará un caso ideal, donde los efectos de rozamiento con el aire son despreciables.

Bajo estas condiciones se puede demostrar que la ecuación de itinerario y de velocidad que describe tal movimiento viene dada por:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} t$$

En donde t representa el tiempo, g la aceleración de gravedad, v_0 la rapidez inicial y r_0 la posición inicial. Notemos, además, que:

$$\begin{aligned} v_{0x} &= v_0 \sin \theta \\ v_{0y} &= v_0 \cos \theta \end{aligned}$$

En donde θ , es el ángulo que forma la velocidad inicial con el eje coordenado X.

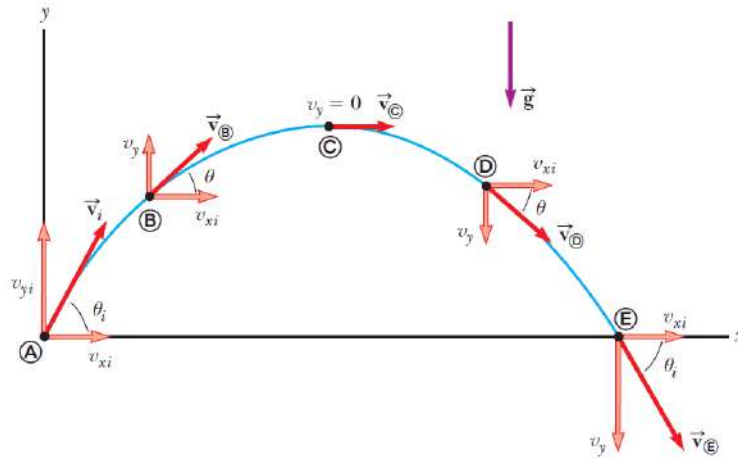


Figura 1. Trayectoria descrita por un proyectil.
 Imagen tomada de Física para Ciencias e Ingeniería, Vol. I. Serway R., 7ª ed. p77.

1.2 Objetivos

1. Determinar experimentalmente la velocidad de lanzamiento de un proyectil, por medio del análisis de un video, haciendo uso del software “Tracker.”
2. Determinar experimentalmente la ecuación de itinerario y velocidad, expresiones matemáticas desprendidas del estudio del lanzamiento de proyectiles, relacionadas por el parámetro t .

1.3 Instrumentos y materiales

- Software de análisis de video “[Tracker](#)”.
- Regla o cinta de medir.
- Bolita de vidrio, goma de borrar o tapa rosca de plástico.
- Teléfono celular con cámara.

1.4 Procedimiento experimental


Actividad N° 1: Análisis de lanzamiento en juego de Voleibol


- 1.- Una vez descargado el software “Tracker” en tu computador, descarga el video que encontrarás en el siguiente enlace: [Voleibol Brasil-Cuba](#).
- 2.- Desde el menú “**Archivo**” selecciona “**Abrir**” y “**File Chooser...**” y carga el video referenciado de YouTube “Sección partido voleibol Brasil-Cuba”. En él se muestra el lanzamiento del balón por parte de una jugadora de Voleibol, y la recepción de otra, el que corresponderá al movimiento de interés.

3.- Con el seleccionador del cuadro inicial y final, fija los cuadros de interés (inicial y final) en el movimiento del balón (proyectil), los que están señalados con un recuadro negro en la figura 2.



Figura 2. En los recuadros negros se muestran los selectores de los fotogramas inicial y final, además del fotograma actual.

4.- Fija un sistema de coordenadas, se recomienda del tipo X-Y, el que se señala con el ícono , aparecerán los ejes coordenados los que puedes desplazar, presionando botón izquierdo del ratón del PC, en el origen de este, y rotar presionando en cualquier punto de algún eje.

5.- Para incorporar las proporcionalidades respectivas de distancia, debemos establecer una distancia conocida, por medio de la herramienta  de calibración, “Nuevo” para luego seleccionar “**Vara de Calibración**”, se sugiere el largo de la zona de ataque (3,0 m), como se puede observar en la figura 3, corresponde al sector señalado con gris desde el centro de la cancha hacia un extremo:

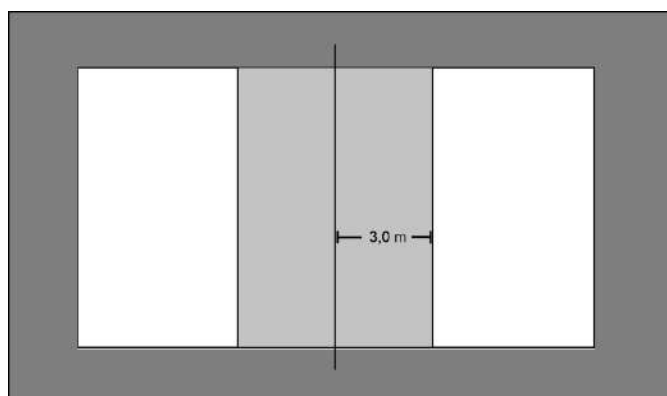


Figura 3. Cancha de Voleibol; Zona de Ataque señalada en el centro de la cancha con gris.

6.- Ahora debes definir la trayectoria del balón, para ello, selecciona “**Trayectorias**”, “Nuevo” y “**Masa Puntual**”, en esta actividad nos interesa la trayectoria del balón. Para iniciar el seguimiento del balón, debes presionar “**Shift**”, cuando el cursor esté posicionado sobre el punto a seguir (un punto del balón), el botón izquierdo del ratón. con esto el video avanzará un cuadro y repetirás el procedimiento hasta

alcanzar el cuadro final del intervalo de interés. Verás en el recuadro derecho del video los datos obtenidos.

Actividad N° 2: Lanzamiento de proyectil

1. Fija un extremo de la regla a una superficie lisa horizontal, puede ser el borde de una mesa, en que el otro extremo quede libre, para que nos sirva de trampolín de la bolita o masa, tal como muestra la figura 4:

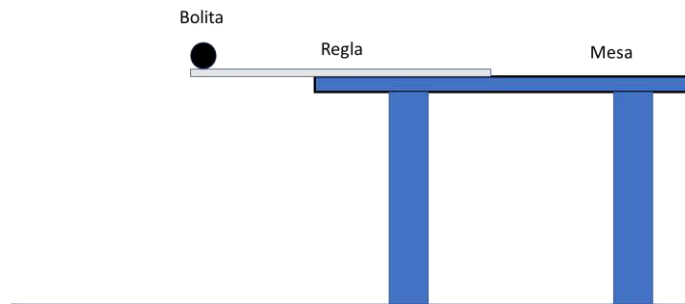


Figura 4. Montaje para el lanzamiento de una bolita.

2. Fija la cámara de modo lateral a la mesa de modo de poder apreciar la curva generada por el movimiento de la bolita.
3. Mide alguna distancia fácil de apreciar en el video a registrar, esta servirá para incorporar la calibración de las distancias.
4. En el extremo libre de la regla ubica la masa y desplaza el conjunto regla-masa ligeramente hacia abajo, iniciando el registro del video en la cámara. Suelta la regla, y la masa iniciará su movimiento.
5. Con la ayuda del software Tracker, y de manera similar a la descrita en la actividad anterior, analiza el video registrado.

Actividad N° 3, *Ingeniare:*

En las noticias indicaron sobre un objeto entrando en la atmósfera, como muestra el siguiente enlace: <https://youtu.be/eLNxDxw5Ge4>, dando cuenta de la desintegración de un meteorito captada en Chile. Considerando el tiempo en que se aprecia el movimiento, ¿es posible cuantificar la velocidad de ingreso a la atmósfera terrestre?, ¿se puede considerar como el movimiento de un proyectil?, ¿qué factores afectan a este movimiento?.



1.5 Análisis

Actividad 1

1. En base a los datos obtenidos, luego de Exportarlos en un archivo de texto, transfórmelos y abra en un archivo "Excel", para el posterior análisis de estos, tanto para los datos en el eje X como para el eje Y.
2. Se recomienda rectificar cuando sea necesario, y por medio del método de los mínimos cuadrados encontrar la ecuación de itinerario para cada eje independiente.

Actividad 2

1. En base a los datos obtenidos, luego de Exportarlos en un archivo de texto, transfórmelos y abra en un archivo "Excel", para el posterior análisis de estos, tanto para los datos correspondientes al eje X como para los datos correspondientes al eje Y.
2. Se recomienda rectificar cuando sea necesario, y por medio del método de los mínimos cuadrados encontrar la ecuación de itinerario para cada eje independiente.

Guía N° 2: Movimiento circunferencial

Resumen

Hasta ahora hemos estudiado el movimiento traslacional, determinando las magnitudes físicas involucradas, tales como aceleración y velocidad. En este laboratorio, estudiaremos la cinemática del movimiento rotacional, es decir, seremos capaces de describir el movimiento utilizando conceptos tales como velocidad angular, aceleración angular, arco subtendido, etc.

2.1 Introducción

En un movimiento circunferencial uniformemente acelerado (MCUA), tal como en el caso del movimiento traslacional, la posición la podemos describir por medio de un vector $\vec{r}(t)$ en que

$$\vec{r}(t) = R\sin\theta\hat{i} + R\cos\theta\hat{j}$$

El origen del sistema de referencia se ha considerado en el centro del movimiento circular, como muestra la figura n°1.

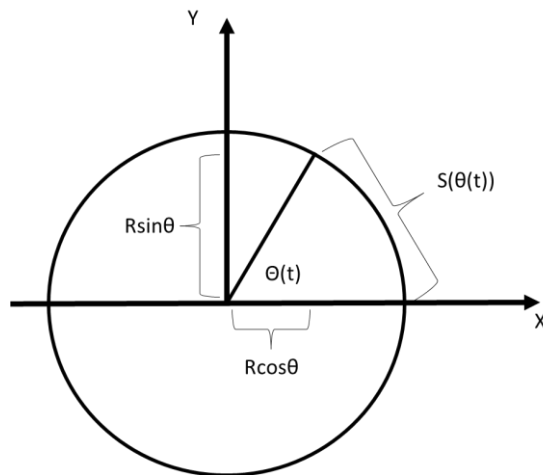


Figura 1: Descomposición del vector $\vec{r}(t)$

De este modo la posición queda completamente definida por $\theta(t)$, la que se puede expresar como:

$$\theta(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0$$

En que α representa la aceleración angular, ω_0 la velocidad angular inicial y θ_0 el ángulo inicial.

Recordemos que en un movimiento circular uniformemente acelerado la aceleración angular α es constante, además la velocidad angular ω varía de modo uniforme conforme evoluciona el tiempo. Por otro lado, recordemos que la aceleración tangencial satisface:

$$a_t = R\alpha$$

Y la aceleración centrípeta cumple con:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

2.2 Objetivos

- Determinar experimentalmente la aceleración angular de un movimiento circunferencial, utilizando el software Tracker.
- Determinar la ecuación de itinerario angular de un movimiento circunferencial con aceleración angular constante.

2.3 Instrumentos y Materiales

- Sistema de rotación de bronce.
- Set de masas incluyendo una masa (m_3) de 50g aprox.
- Cuerda de aproximadamente 60 cm de largo.
- Polea.
- Cámara de celular.
- Software de análisis de video [Tracker](#).
- Huincha de medir o cinta métrica.

2.4 Procedimiento Experimental

Actividad: Cinemática del movimiento circunferencial.

1. Realizar el montaje ilustrado en la figura 2.

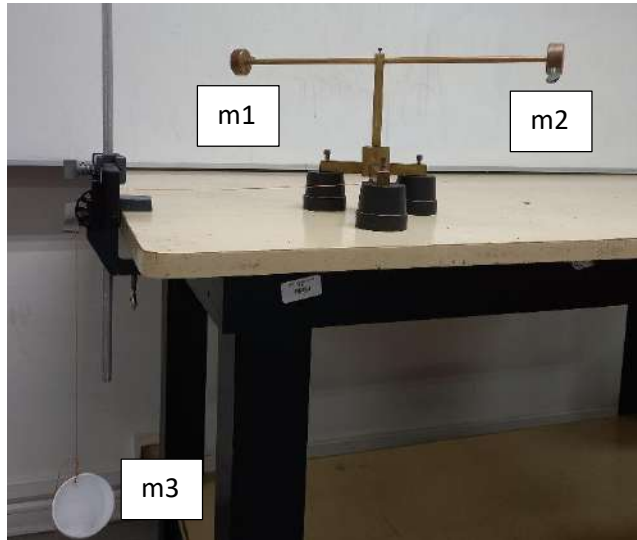


Figura 2: Esquema experimental del sistema rotatorio de bronce, notemos que es deseable que $m_1=m_2$.

- 2.- Mida el radio de giro de las masas m_1 y m_2 .
3. Fijar uno de los extremos de la cuerda a m_3 , el otro extremo, enrollarlo en el rodillo ubicado en la base del sistema de bronce.
- 4.- Soltar m_3 de modo que el sistema comience a girar, partiendo desde el reposo. Simultáneamente, comience la grabación de este movimiento circular utilizando la cámara de celular, justo desde arriba del sistema.

Actividad N°2, Ingeniare:

Haciendo uso de sus conocimientos de movimientos circunferenciales, investigue y describa sintetizadamente en 10 líneas, ¿por qué siempre se observa la misma cara de la Luna? Al menos mencione 2 referencias de su búsqueda de información.

2.5 Análisis

- 1.- Para esta actividad necesitará trabajar con el [software de análisis de video Tracker](#), este es un **software libre y de código abierto**, que usted ya ha utilizado en su curso de Introducción a la Física.
- 2.- Entonces, a partir de su video grabado, cárguelo en el *software Tracker*, obtenga los datos de arco subtendido respecto del tiempo, se sugiere considerar solo un giro completo de la masa. Exporte sus datos y confeccione una tabla en el software Excel del ángulo θ v/s tiempo. Recuerde transformar el ángulo a radianes.
- 3.- Puesto que inicialmente ($t=0$ s) tanto el ángulo θ como la velocidad angular inicial es cero, rectifique tal gráfico sustituyendo la variable t por t^2 .
- 4.- Utilizando método de los mínimos cuadrados, encuentre la aceleración angular con su respectivo error.

Guía N° 3: Ley de Hooke y energía potencial elástica

Resumen

Un principio básico establece que en el universo la energía no se crea ni se destruye, solo se transforma. En mecánica es posible identificar algunas energías características en los cuerpos: por una parte, la energía cinética asociada al movimiento; y por otra, la energía en potencia, o energía potencial, energía que está latente en un cuerpo debido a la posición respecto a un valor de referencia. En este caso, podemos citar dos ejemplos: la energía potencial gravitatoria, dependiente directamente de la altura respecto al sistema de referencia; y la energía potencial elástica, que, al encontrarse en elásticos o en resortes, depende de la posición del cuerpo respecto de la posición de equilibrio del resorte. En este laboratorio determinará la constante elástica de un resorte y la energía potencial elástica del resorte.

3.1 Introducción

La fuerza que se ejerce sobre un cuerpo colgado de un resorte es una fuerza restauradora, ya que tiende a regresar forzosamente a la posición de equilibrio del resorte.

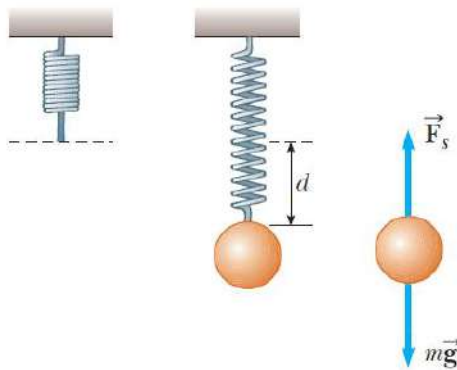


Figura 1. Fuerza restauradora ejercida sobre un cuerpo colgante.
Imagen tomada de Física para Ciencias e Ingeniería, Vol. I. Serway R., 7ª ed. p173.

La fuerza que ejerce un resorte sobre un cuerpo se establece como:

$$F = -k\Delta x$$

Siendo Δx la diferencia entre la posición del cuerpo y la posición de equilibrio del resorte. Y k la constante elástica del resorte.

Supongamos se ubica un resorte en un sistema vertical, donde el resorte se encuentra en equilibrio en una posición inicial y_0 . Si se cuelga una masa M y se estira hasta una posición final y_{max} , al soltar este tenderá a restaurar su posición de equilibrio y pasar por la posición $y_0 = 0$.

El trabajo W_s invertido por la fuerza del resorte en el bloque conforme este se traslada de $+y_{max}$ hasta 0. Al aplicar la ecuación del trabajo en su forma integral, y suponer que el bloque se puede modelar como una partícula, se obtiene:

$$W_s = \int \vec{F}_s \cdot d\vec{r} = \int_{+y_{max}}^0 (-ky\hat{j}) \cdot dy\hat{j} = -k \int_{+y_{max}}^0 y dy = +\frac{1}{2}ky_{max}^2$$

$$\Rightarrow W_s = \frac{1}{2}ky_{max}^2$$

En este caso el trabajo es positivo, porque se está realizando hacia la restauración de la posición de equilibrio. Cuando el resorte se estire de 0 a y_{max} , en este caso el trabajo será negativo, ya que la fuerza restauradora siempre intenta volver a su posición original.

En definitiva, si un bloque en un resorte se somete a un desplazamiento arbitrario desde $y = y_i$ hasta $y = y_f$, el trabajo invertido por la fuerza del resorte en el bloque será:

$$W_s = \int_{y_i}^{y_f} -ky dy = \frac{1}{2}ky_i^2 - \frac{1}{2}ky_f^2 = -\Delta U_e$$

$$\therefore W_s = -\Delta U_e$$

3.2 Objetivos

1. Determinar experimentalmente el valor de la constante elástica de un resorte.
2. Determinar las energías cinéticas y potencial elástica de un resorte con masa colgante.

3.3 Instrumentos y materiales

- Software de simulación PhET: “Masas y Resortes” (<https://bit.ly/2XF142T>).
- Resorte (virtual).
- Regla (virtual).
- Masas (virtuales).
- Resorte o banda elástica.
- Botella de plástico cortada o bolsa contenedora.
- Bolitas o piedras pequeñas.

3.4 Procedimiento experimental

Actividad N° 1

1. Cargue la simulación PhET “Masas y Resorte” en su computador desde el link: <https://bit.ly/2XFI42T>.
2. Seleccione el ítem Laboratorio, como muestra la Figura 2.

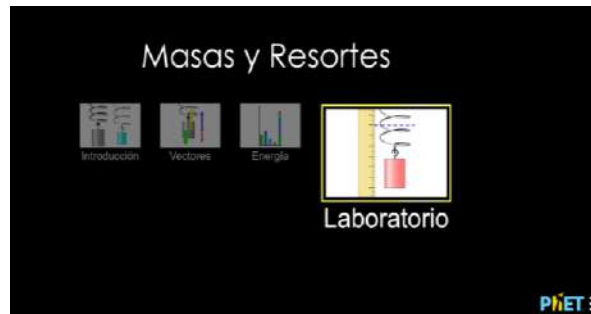


Figura 2. Simulación PhET: “Masas y Resortes”. Tomada de Simulaciones PhET Colorado.

3. Seleccione una constante del resorte en el tercer nivel, como muestra la Figura 3.

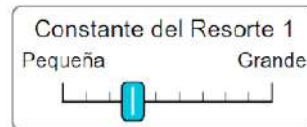


Figura 3. Selección de constante del Resorte, en tercer nivel. Tomada de Simulaciones PhET Colorado.

4. Configure un valor cualquiera de amortiguamiento del resorte. Para la ubicación espacial, seleccione la Tierra con aceleración de gravedad $9,8 \text{ m/s}^2$, como muestra la Figura 4:



Figura 4. Selección de amortiguamiento y selección de ubicación espacial planeta Tierra. Tomada de Simulaciones PhET Colorado.

- En el resorte, cuelgue 10 masas de diferente valor. Observe que puede ir variando los valores a un costado del resorte, desde el cuadro superior izquierdo. Construya una tabla de valores de masas vs. longitud de estiramiento, ver Tabla 1. Para medir la longitud, utilice la regla virtual. Considere el margen de error al medir con esa regla y $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Trabaje en el Sistema Internacional de Unidades.

Evento	Masa	Peso	Elongación
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			
8.			
9.			
10.			

Tabla 1. Pesos colgantes vs. elongación.

- Realice un gráfico de **pesos vs. elongación**. A partir de ese gráfico, determine la relación funcional entre el peso de las masas y la elongación en el resorte. A partir de la relación funcional encontrada, determine la constante elástica de su resorte.
- Con la constante elástica determinada, **encuentre el valor de la masa celeste**. Para ello puede colgarla del resorte y realizar el análisis de fuerzas.

Actividad N° 2

En esta actividad se colgó un resorte desde un soporte universal. En forma paralela a este último, se fijó una cinta métrica, mientras que en el extremo del resorte se ubicó un contenedor (botella de plástico con piedras pequeñas), como se muestra la figura 5. El eje de esta actividad es medir la elongación del resorte cada vez que se deposita una cantidad de piedras en el contenedor. Considere el error asociado a la medición, para medir la masa de las piedras se utilizó la balanza que se muestra en la figura 2, página 14 de este libro.



Figura 5. Montaje experimental, sistema botella plástica con resorte y cinta métrica.

1. Confeccione una tabla de datos de masa de las piedras o bolitas vs. estiramiento del resorte. No olvide incluir las unidades de medida.
2. Con un procedimiento análogo al de la actividad anterior, determine la constante elástica del resorte.
3. Ahora considere la constante elástica obtenida. Realice un gráfico de energía potencial elástica vs. estiramiento.

Si no dispone de algún material para realizar la experiencia, tenemos datos previos con sus fotografías, adquiridos de la misma manera como se declara en la actividad. Estas imágenes están disponibles en el enlace siguiente:

<https://acortar.link/3eweMn>

El formato del nombre de cada imagen es el siguiente:

IMG_2023_a_b.jpg



Siendo la masa colgante en cada caso: a.b gramos de piedras.

Actividad N° 3, *Ingeniare*:

Desde hace 10.000 años se ha utilizado el arco y la flecha. En un principio, como herramienta de caza y guerra; en la actualidad, como actividad competitiva. En particular, el tiro de *arco con diana* fue incorporado como deporte olímpico en París (1900), pero fue discontinuado en 1920, reintroduciéndose en Múnich 1972. Desde entonces, ha permanecido como disciplina olímpica.

La curva de Potencia es una herramienta muy útil en la caracterización de un arco. Esta consiste en un gráfico **Potencia** (que es la fuerza, en libras, desarrollada hacia adelante por la cuerda del arco) vs. **Apertura** (que es el estiramiento horizontal que experimenta el arco, medido en pulgadas), como muestra la Figura 6.

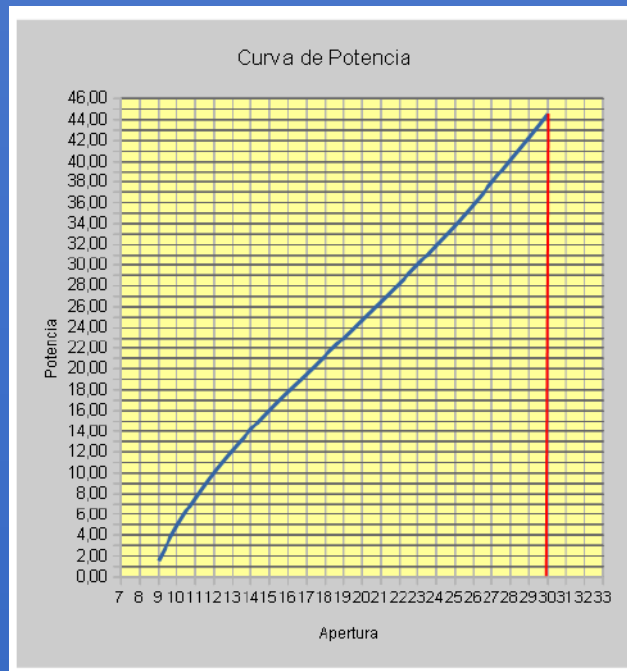


Figura 6. Curva de Potencia [lb] vs Apertura [inch] para un arco.
(Imagen obtenida de <https://www.lignumvitaebows.es/2018/08/01/la-curva-de-potencia-i/>)

rtir de este gráfico, realice un nuevo gráfico, sin realizar ningún calculo, de la Energía almacenada en el arco vs. Apertura, explicando qué representa la curva de la energía.

3.5 Análisis

Actividad N° 1

Habiendo encontrado el valor de la masa celeste, cuelgue esa masa en el resorte y espere hasta que alcance el equilibrio. Cuando haya alcanzado el equilibrio, estire la masa 30 cm más, y suéltela.

- a) Determine la energía potencial elástica del resorte sobre la masa celeste cuando la estiró 30 cm más.
- b) Determine la máxima velocidad alcanzada por la masa celeste al soltarla desde la elongación de 30 cm.
- c) Determine el trabajo realizado sobre la masa celeste desde que hizo la elongación de 30 cm hasta que alcanzó su posición de equilibrio nuevamente.

Actividad N° 2

Luego de determinar la constante elástica de la banda, y considerando la expresión para la energía potencial elástica $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$, realice el gráfico de $U(x)$ vs. x . ¿Qué tipo de gráfico representa?, ¿Qué muestra este gráfico?.

Guía N° 4: Cantidad de movimiento

Resumen

La cantidad de movimiento o momentum diferencia el nivel de impacto, que puede tener un choque en dos cuerpos desplazándose a la misma velocidad, una bicicleta y un camión en un choque a la misma velocidad, pero en direcciones opuestas tendrá resultados desastrosos para el ciclista, en esta experiencia se estudiarán algunos tipos de colisiones, experimentando choques de bolitas y el uso de la teoría de conservación de momentum por medio del software Tracker.

4.1 Introducción

La cantidad de movimiento o El momentum para una partícula de masa m que se mueve con velocidad \vec{v} está definido por:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

La expresión general para la conservación del momentum en una colisión de dos partículas está dado por:

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$$

Debido a lo anterior, al hacer colisionar un objeto de masa M_1 a una velocidad V con un objeto de masa M_2 , el cual se encuentra en reposo y obtener como consecuencia de esta colisión que ambos objetos queden unidos, moviéndose a una velocidad V' , es decir, es causa que se produzca una colisión **completamente inelástica**, se deduce que la conservación del momentum lineal se traduce en la expresión:

$$M_1 \vec{v} = (M_1 + M_2) \vec{v}_f$$

Será motivo de estudio de este laboratorio, verificar experimentalmente esta expresión, y, por lo tanto, comprobar la conservación del momentum para este caso.

4.2 Objetivos

1. Verificar experimentalmente el principio de conservación de movimiento en una colisión inelástica.

4.3 Instrumentos y materiales

- Celular.
- Software de análisis de video [Tracker](#).
- Cuatro bolitas de vidrio.
- Cinta métrica.
- Tiza o plumón de pizarra (que se pueda borrar donde dibuje).
- Balanza.

4.4 Procedimiento experimental

Para cada una de las siguientes actividades, mida las masas de las bolitas, y realice un esquema experimental indicando claramente un sistema de referencia.

Actividad N° 1

Con el plumón de pizarra o la tiza, trace una delgada y fina línea a lo largo de una superficie plana, puede utilizar la mesa de laboratorio. En un sector de la línea ubique tres bolitas en una fila, y a lo largo de la misma fila, pero separada de las tres bolitas 5 cm a 10 cm ubique la cuarta bolita, como muestra la figura 1.

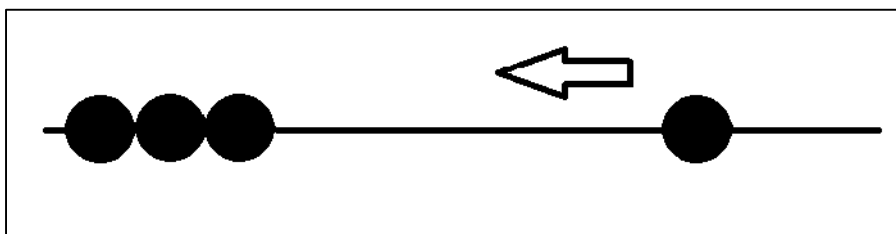


Figura 1. Disposición de bolitas en una fila antes de la colisión.

Puede realizar un sistema de apoyo o solicitar ayuda de otra persona que sostenga su teléfono celular o cámara de video, justo desde arriba de la bolita central. La actividad consiste en que lance la cuarta bolita que impacte con las otras tres en la misma fila.

Realice la actividad 3 veces a diferentes rapidezces iniciales de la bolita que impacta. En base a ello realice un esquema, realice los cálculos necesarios y explique si se cumple la conservación de momentum.

Actividad N° 2

Con el plumón de pizarra o la tiza, realice un círculo de diámetro 30 cm a 50 cm del suelo o de la mesa. En el centro de la circunferencia ubique 2 bolitas, puede realizar un sistema o apoyarse en otra persona que sostenga su teléfono celular o cámara de video, justo desde arriba del centro de la circunferencia. La actividad consiste en que lance la tercera bolita que impacte con las otras dos, para estudiar ese fenómeno, ver figura 2.

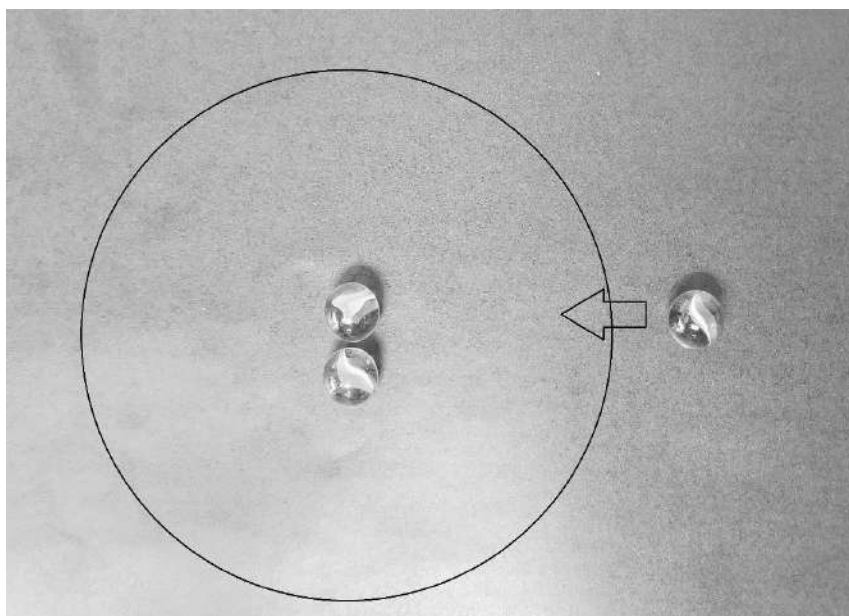


Figura 2. Disposición de las bolitas antes de la colisión.

Antes de lanzar la bolita que colisionará, debe iniciar la grabación desde su celular o cámara, y lanzar la bolita rodando por la superficie contra las bolitas que están en el centro del círculo, de modo que impacte simultáneamente ambas bolitas.

Con el registro de video obtenido, y utilizando el software [Tracker](#), analizar la situación en el momento de la colisión e inmediatamente posterior a la colisión como muestra la figura 3. Debe considerar las velocidades que presentan los tres cuerpos en el instante inicial y final al choque. Para ello, tendrá también las trayectorias seguidas por cada una de las tres bolitas inmediatamente posterior al choque.

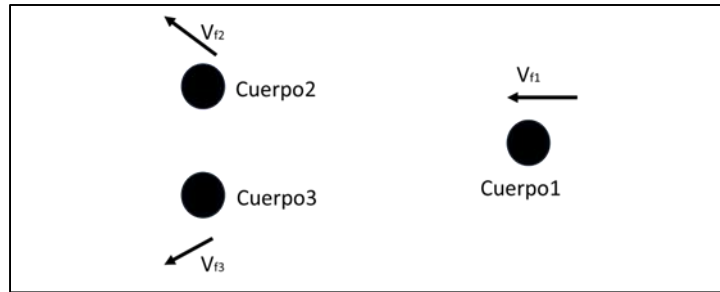


Figura 3. Disposición de las bolitas en el instante posterior a la colisión.

Actividad N° 3, Ingeniare:

Dos vehículos se aproximan a un cruce, se acercan desde calles perpendiculares entre sí. La masa de uno de los vehículos es el doble que el otro, y la magnitud de la velocidad del vehículo menor es el doble que la magnitud de la velocidad del vehículo de mayor masa. ¿Cómo será el movimiento resultante en un choque completamente elástico?, ¿Y cómo será el movimiento final de los vehículos en un choque completamente inelástico?. En ambos casos recree la situación planteada, realice un esquema, los cálculos correspondientes, y describa la situación final.

4.5 Análisis

Para cada una de las actividades 1 y 2 determine:

1. la rapidez de las bolitas antes y después de la colisión.
2. el momentum antes y después de la colisión.
3. ¿Se cumple la conservación de movimiento?
4. ¿Qué sucede en cada caso, si se aumenta al doble la masa de la bolita que es lanzada?

Guía N° 5: Torque y momento de inercia

Resumen

Un cuerpo en movimiento se puede caracterizar en virtud de la velocidad que experimenta. Si consideramos también su masa, el parámetro que abarque ambos términos será la cantidad de movimiento o momento del cuerpo. Pero en general, cada cuerpo posee su masa distribuida de distinta manera: dos cuerpos de igual masa pueden poseer geometrías muy diversas y, por ello, el momento que experimentará bajo una fuerza también será distinto. En este laboratorio se medirá experimentalmente el momento de inercia de un cuerpo rígido.

5.1 Introducción

Un cuerpo rígido que realiza una rotación con aceleración angular α , bajo la acción de un torque τ , posee un momento de inercia I tal, que se pueden relacionar estas variables por:

$$\tau = I \cdot \alpha$$

Como es sabido, el torque debido a una fuerza F aplicada a una distancia r del eje de giro se escribe:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$|\vec{\tau}| = rF \sin\theta$$

donde θ es el ángulo que forman los vectores de fuerza y posición donde se aplica la fuerza, como se muestra en la Figura 1. Debido a esto, si se conoce el torque aplicado al sistema recién calculado y la aceleración angular que adquiere el sistema, entonces se puede determinar el momento de inercia del sistema.

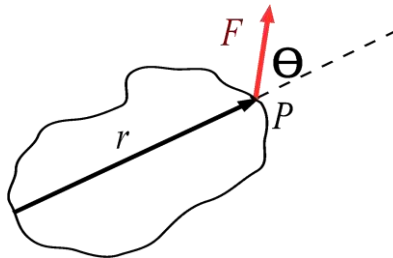


Figura 1. Fuerza F aplicada en el punto P arbitrario.

5.2 Objetivos

- Determinar experimentalmente el torque de una barra, a partir de una distribución de masas.

5.3 Instrumentos y materiales

- Software de simulación PhET: “Ley de Equilibrio”: <https://url2.cl/zL2qJ>
- Barra (virtual).
- Masas (virtuales).
- Regla (virtual).

5.4 Procedimiento experimental

Actividad N° 1

1. Cargue la simulación PhET “**Ley de Equilibrio**” en su computador desde el link: <https://url2.cl/zL2qJ>.
2. Seleccione el ítem **Laboratorio de Equilibrio**, como muestra la Figura 2.



Figura 2. Simulación PhET: “Ley de Equilibrio: Laboratorio de Equilibrio”.
Tomada de Simulaciones PhET Colorado.

3. Seleccione nivel y regla, como muestra la Figura 3.

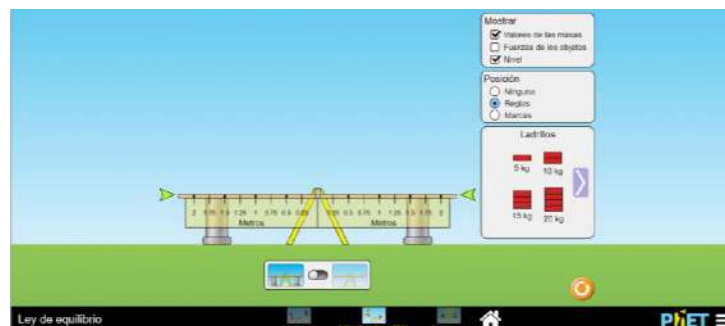


Figura 3. Selección de nivel y regla PhET “Ley de Equilibrio”.

- Ubique una **masa de 20 kg** al costado izquierdo, a cierta distancia del pivote en el centro de la barra. Mida esa distancia.
- Quite los barrotos laterales de la barra que la sostienen horizontal, como muestra la Figura 4.

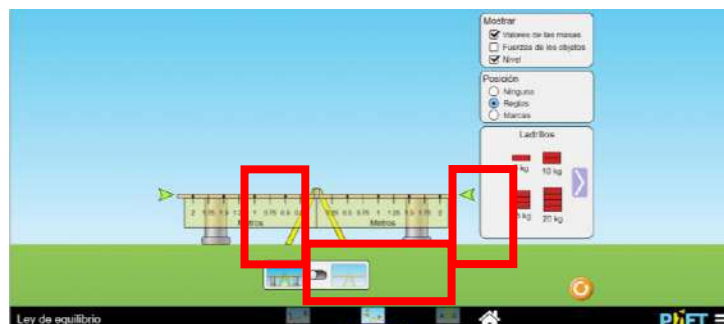


Figura 4. Control de barrotos laterales PhET “Ley de Equilibrio”.

- Ubique solo y exclusivamente **tres masas** (de los valores que usted quiera) al costado derecho, hasta equilibrar su sistema. Mida la distancia de cada masa hasta el pivote central.
- Con las medidas de la izquierda y la derecha puede obtener los torques respectivamente. Tome una imagen de su sistema en equilibrio rotacional, y desarrolle paso a paso las ecuaciones de equilibrio para su sistema.
- Quite las masas de la barra horizontal y ponga nuevamente los cilindros que sostienen la barra en los extremos.

Actividad N° 2

- Nuevamente ubique una **masa de 20 kg** y **además ubique una masa de 5 kg** al costado izquierdo. Mida las distancias de las masas respecto al pivote.
- Quite los barrotos laterales de la barra horizontal, como muestra la Figura 4.
- Ubique solo y exclusivamente **tres masas** (de los valores que usted quiera) al costado derecho, hasta equilibrar nuevamente su sistema. Mida la distancia de cada masa hasta el pivote central.
- Obtenga los respectivos torques con las medidas a la izquierda y a la derecha. Tome una imagen de su sistema en equilibrio rotacional, y desarrolle paso a paso las ecuaciones de equilibrio para su sistema.

Actividad N° 3

1. Seleccione en la parte inferior “Modo Juego”



2. En el nivel Juego diríjase al nivel 4 (4 estrellas). Debe contestar las preguntas y alcanzar 5 puntos de los 6 que están en juego (1 por cada juego). Para demostrar su realización, incluya imágenes que así lo demuestren de los juegos 3, 5 y 6. No hay dos juegos iguales.

Actividad N° 4, *Ingeniare:*

Según Cartes (2004), la capacidad máxima de carga es determinada por el fabricante de las Grúas de Torre. Mientras menor es la distancia de la carga respecto de la punta de la pluma, menor será la capacidad máxima de carga; por el contrario, si menor es la distancia de la carga hasta la torre, mayor es la capacidad de carga. En general, Cartes nos comenta que la pluma actúa como una viga en voladizo. En el caso de una grúa torre con una pluma de longitud de 30,0 m, se tiene por ejemplo que es capaz de levantar una carga de 750 kg en el extremo de la pluma; de igual modo, a 9,0 m del tronco puede levantar una carga de 2.000 kg

Sobre la base de sus conocimientos de equilibrio de rotación, explique este comportamiento haciendo uso de esquemas y diagramas de cuerpo libre.

Análisis

1. Calcule paso a paso el equilibrio estático (fuerzas) y rotacional (torques) en cada uno de los dos casos planteados de las actividades 1 y 2. Primero con la masa de 20 kg a la derecha, y luego con la masa de 20 kg y 5 kg a la derecha.
2. Discuta si es posible determinar los momentos de inercia de la barra, conociendo las masas y las distancias respecto al pivote.

Referencias

Cartes M., Grúas Torre. (2004). [Tesis para optar al título de Constructor Civil. Universidad Austral de Chile. Chile.](#)

ANEXO

ANEXO 1

[Formato Informe](#)



ANEXO 2

[Rubrica para Informe](#)

